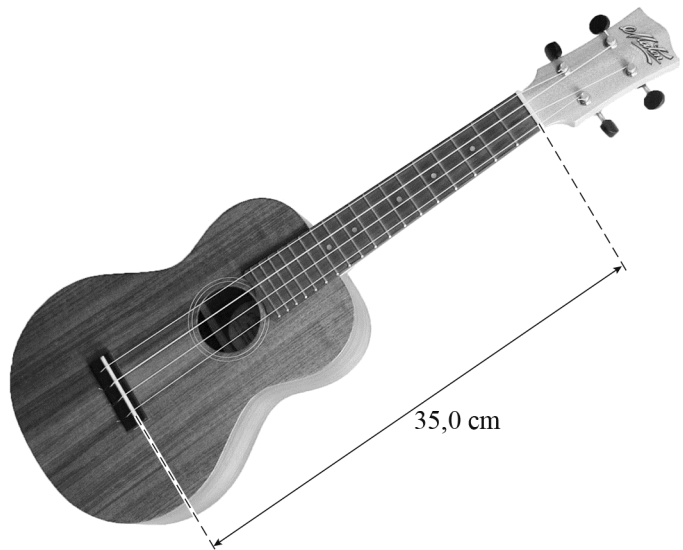


Opgave 3 Ukelele

Een ukelele is een klein formaat gitaar met vier snaren. Zie figuur 1. Daarin is aangegeven tussen welke twee punten de snaren trillen. Een ukelele kan op verschillende manieren gestemd worden. Een van deze stemmingen is zoals weergegeven in tabel 1.

figuur 1



tabel 1

| snaar | grondtoon | f (Hz) |
|-------|-----------|----------|
| 1 | G | 392 |
| 2 | C | 262 |
| 3 | E | 330 |
| 4 | A | 440 |

- 2p 12 Hieruit blijkt dat de golfsnelheid in de snaren van de ukelele niet gelijk is. Leg dat uit.

Als snaar 3 en 4 tegelijk worden aangetokkeld, is er een klank te horen die als prettig ervaren wordt. We zeggen ook wel dat deze twee snaren 'stemmen'. Een verklaring hiervoor is dat deze snaren een of meer gemeenschappelijke boventonen hebben.

- 2p 13 Bepaal de frequentie van de laagste gemeenschappelijke boventoon van de snaren 3 en 4.

De snaren hebben een verschillende dikte, en zijn allemaal gemaakt van nylon. De lengte van een snaar op een ukelele bedraagt 35,0 cm. Zie figuur 1.

Camiel vraagt zich af hoe groot de spankracht in een snaar van de ukelele is. Om hier achter te komen, bevestigt hij een krachtmeter aan het midden van een snaar. Als hij de snaar over een afstand van 1,0 cm omhoogtrekt, geeft de krachtmeter 3,8 N aan. Deze situatie is schematisch weergegeven op de uitwerkbijlage.

Deze figuur is niet op schaal. Als deze figuur op schaal zou zijn, zou een constructie geen nauwkeurige resultaten opleveren.

- 5p 14 Voer de volgende opdrachten uit:
- **Teken** in de figuur op de uitwerkbijlage de vectorpijl(en) van de spankracht in de snaar op het punt waar de krachtmeter aangrijpt.
 - **Bereken** vervolgens de spankracht in deze situatie.

Camiel herhaalt zijn meting waarbij hij de snaar steeds verder optrekt en berekent iedere keer de spankracht. Van die resultaten maakt hij een grafiek waarin hij de hoek van de snaar met de horizontaal uitzet tegen de spankracht. Deze grafiek staat weergegeven op de uitwerkbijlage.

- 3p 15 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef de reden dat de grafiek niet door de oorsprong gaat.
 - Bepaal de spankracht in de snaar als er niet aan getrokken wordt.

In de literatuur ontdekt Camiel dat het verband tussen de spankracht en de golfsnelheid in een snaar kan worden weergegeven met behulp van:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \text{ met } \mu = \frac{m}{\ell} \quad (1)$$

Hierin is:

- v de golfsnelheid (in m s^{-1}),
- F de spankracht (in N),
- μ de massa per lengte-eenheid (in kg m^{-1}),
- m de massa (in kg),
- ℓ de lengte van de snaar (in m).

Camiel beseft dat de frequenties van de snaren bekend zijn. Hij kan de spankracht in een snaar dan berekenen met behulp van:

$$F = \frac{\lambda^2 f^2 \pi d^2 \rho}{4} \quad (2)$$

Hierin is:

- λ de golflengte (in m),
- f de frequentie (in Hz),
- d de dikte van de snaar (in m),
- ρ de dichtheid van het materiaal van de snaar (in kg m^{-3}).

- 3p 16 Leid formule (2) af uit formule (1) en formules in BINAS.

De dikte van snaar 1 bedraagt 0,65 mm. De ukelele is gestemd op de manier zoals weergegeven in tabel 1.

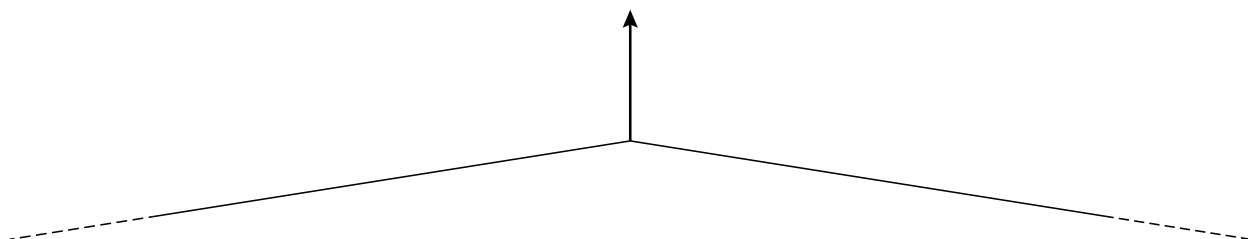
- 3p 17 Bepaal de spankracht in snaar 1 zoals die uit formule (2) volgt.

Snaar 3 (de 'E'-snaar) van de ukelele brengt dezelfde toon voort als de hoogste snaar van een klassieke gitaar. Zo'n snaar is ook gemaakt van nylon en even dik als de snaar van de ukelele, maar heeft een lengte van 64,5 cm. De spankracht in de twee snaren is niet gelijk.

- 2p 18 Bepaal de verhouding van de spankrachten: $\frac{F_{\text{gitaar}}}{F_{\text{ukelele}}}$.

uitwerkbijlage

14



15

